

Lineare Algebra I

Blatt 4

1 | Zykelzerlegung

Welche Zykelzerlegung und welches Signum haben die folgenden Permutationen?

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 3 & 4 & 5 & 6 & 9 & 8 & 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 11 & 3 & 1 & 2 & 10 & 9 & 5 & 7 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\gamma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

2 | Vollversammlung

Jede Untergruppe von $(\mathbb{Z}, +)$ ist von der Form $n\mathbb{Z} = \{nz \mid z \in \mathbb{Z}\}$ für ein $n \in \mathbb{N}_0$. Ist der Schnitt $n\mathbb{Z} \cap m\mathbb{Z}$ für beliebige $m, n \in \mathbb{N}_0$ wieder eine Untergruppe? Wenn ja, welche?

3 | Synchronknüpfen

Das kartesische Produkt $G \times H$ zweier Gruppen (G, \cdot) und (H, \circ) ist mittels der „elementweisen Verknüpfung“

$$(g, h) \circ (g', h') := (g \cdot g', h \circ h')$$

wieder eine Gruppe. Ferner sind die Projektionen $(G, \cdot) \leftarrow (G \times H, \circ) \rightarrow (H, \circ)$ Homomorphismen.

Sowohl G als auch H lassen sich als Untergruppen von $(G \times H, \circ)$ auffassen: es gibt kanonische Monomorphismen $(G, \cdot) \hookrightarrow (G \times H, \circ) \hookleftarrow (H, \circ)$. Diese Untergruppen sind normal. Was sind die jeweiligen Quotientengruppen?

4 | Symmetrismus

Sei S_{\square} die Symmetriegruppe eines Quadrats aus Aufgabe 4 auf Blatt 3. Welche der folgenden Teilmengen von S_{\square} sind Untergruppen? Welche der Untergruppen sind normal? Wie lässt sich gegebenenfalls die Quotientengruppe beschreiben?

$$A := \{d_0, s_x\}$$

$$B := \{d_0, s_x, s_y\}$$

$$C := \{d_0, d_1, d_2, d_3\}$$

Es gibt einen Monomorphismus $S_{\square} \hookrightarrow S_4$. Ist das Bild von S_{\square} in S_4 eine normale Untergruppe?

Bitten werfen Sie Ihre Lösungen in die dafür vorgesehenen Briefkästen in Gebäude 25.22., Etage 00, ein. Es gibt für jede Aufgabe einen separaten Briefkasten. Versehen Sie jede Lösung mit Ihrem Namen, der Nummer Ihrer Übungsgruppe und mit Ihrer **ID-Nummer**. Abgabefrist: 17.5.2017, 10:30 Uhr.